

Enseignant : Nicolas Dos Santos  
TD 2609  
Contrôle du 22 Octobre 2018

Nom :  
Prénom :  
Signature :

**Lisez bien l'énoncé, on justifiera clairement chaque réponse.**

**Cette feuille doit être rendue signée et placée à l'intérieur de la copie.**

**Aucun appareil électronique ne doit être utilisé sous peine d'avoir une note de 0.**

Question de cours

Donnez la définition d'une application linéaire.

Soit  $f(P(X)) = P(X) - 3P'(X)$  une application de E dans E où E est l'espace des polynômes dans R de degré inférieur à 2.

Montrez que f est linéaire.

Exercice 1 : Application linéaire et diagonalisation

Soit  $f(x; y, z) = (-x + 2z, 3x + y - 3z, -x + 2z)$

1. Justifiez rapidement que f est linéaire.
2. Calculer le noyau de f.
3. Donner une base de l'image de f.
4. Est-ce que f est injective ? Surjective ? Bijective ?
5. Donner la matrice représentative M de f. (vous explicitez les bases utilisées pour l'espace de départ et d'arrivée).
6. Est-ce que M est inversible ?
7. Est-ce que M est diagonalisable ? Vous déterminerez les valeurs propres et les espaces propres de M. Vous vérifierez vos résultats avec les méthodes usuelles et donnerez les matrices P et D si M est diagonalisable.

Exercice 2 : Calcul de dérivée

Soit  $f(x, y) = xy \ln(x^2 - y^2)$  une fonction de 2 variables.

1. Représentez graphiquement l'ensemble de définition de f.
2. Déterminez le gradient de f.
3. Déterminez la matrice hessienne de f.