

TD1: Dénombrement, analyse combinatoire.

Exercice 1 : De combien de manière peut-on ranger cinq objets différents dans trois boîtes (une boîte pouvant contenir 0,1,2,3,4,5 objets)

Exercice 2 :

- 1) Combien peut-on former de nombres de quatre chiffres distincts avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?
- 2) Combien peut-on former de nombres de six chiffres distincts avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?
- 3) Combien peut-on former de nombres de six chiffres avec les chiffres 1, 1, 2, 2, 2, 6 ?

Exercice 3: Avec les lettres du mot LIVRE, combien de mots de 5 lettres peut-on former, ayant un sens ou non:

- 1) Total
- 2) commençant et finissant par une voyelle
- 3) commençant et finissant par une consonne
- 4) commençant par une voyelle et finissant par une consonne
- 5) commençant par une consonne et finissant par une voyelle

Exercice 4 : Dans une société comportant 7 hommes et 10 femmes, on veut constituer un bureau formé de 4 hommes et 3 femmes choisis dans la société. Combien existe-t-il de manières différentes de former ce bureau ? (On suppose que tous les membres du bureau occupent des fonctions de même importance.)

Exercice 5 : Combien existe-t-il en numération décimale de nombres entiers formés de 6 chiffres tous distincts ? (N.B un nombre de 6 chiffres est une suite de 6 chiffres dont le premier est non nul.)

Exercice 6: On veut constituer un portefeuille boursier de 3 actions et 4 obligations

Choisies parmi 7 actions et 8 obligations. Combien de portefeuille différents peut-on former si :

- a) aucune restriction n'est imposée?
- b) deux actions particulières doivent faire partie du portefeuille?
- c) **une** action particulière doit être écartée du portefeuille?

Exercice 7: Dans une usine on décide de procéder à un contrôle de qualité de 50 pièces fabriquées :

- a) Combien d'échantillons différents de 6 pièces peut-on constituer?
- b) Dans ce lot 10% des pièces présentent un défaut de fabrication. Combien d'échantillons différents peut-on constituer dans lesquels:
 - les 6 pièces sont sans défaut?
 - une seule pièce a un défaut?
 - Au moins quatre pièces sont bonnes ?

Exercice 8 : Dans une banque, chaque client possède un compte dont le code est composé de 3 lettres et 5 chiffres non nécessairement distincts du type ABC 1 2 3 4 5. On suppose que chaque code possible est attribué à un compte.

- 1) On suppose que les 3 lettres sont distinctes. Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code:
 - a) commence par AB?
 - b) commence par A?
 - c) contient un A?
 - d) contient un A et un B?
 - e) commence par A et finit par 1 2 3?
- 2) On suppose que les 3 lettres ne sont plus nécessairement distinctes. Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code
 - a) commence par A?
 - b) contient au moins deux A?
- 3) On suppose que les 3 lettres ne sont pas nécessairement distinctes et qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3, 4 qui sont réservés à des codes spéciaux. Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code

- a) commence par A?
- b) finit par 999?
- c) commence par A et finit par 89?

Exercice 9 : Un groupe de 12 garçons et 10 filles décide de monter une pièce de théâtre comprenant 4 rôles masculins et 3 rôles féminins.

- 1) On tire au sort 4 garçons et 3 filles pour constituer la troupe des acteurs
 - a- Combien y-a-t-il de troupes possibles ?
 - b- Combien y a-t-il de distributions possibles de rôles, une fois la troupe choisie ?
 - c- Quel est le nombre total de distributions de rôles possibles ?
- 2) Paul et Léa font partie du groupe d'acteur
 - a- Quel est le nombre de distributions de rôles possibles où Paul joue dans la pièce ?
 - b- Quel est le nombre de distributions de rôles possibles où Paul et Léa jouent ensemble dans la pièce ?

Exercice 10 : La société YOMLIK fabrique des yaourts aux fruits avec 10 parfums différents. Le directeur des ventes propose de constituer des lots de 4 pots de parfums différents

- 1) Combien de lots distincts peut-on former ?
- 2) Combien de lots distincts peut-on former sachant qu'ils ne doivent contenir simultanément un pot de fraise et un pot de framboise ?
- 3) Combien de lots distincts peut-on former sachant que si un lot contient un pot de citron, il doit obligatoirement contenir un de cassis ?

Exercice supplémentaire : Soit n personnes ($n \geq 2$). Chacune envoie une lettre et une seule à l'une quelconque des $n-1$ autres personnes.

- 1) De combien de façons différentes les n lettres peuvent-elles être adressées?
- 2) Une personne A étant choisie, répondre à la question précédente de telle sorte que A reçoivent exactement p lettres ($0 \leq p < n$).